

Anke Niederbudde

## BERECHENBARE SCHÖNHEIT: DER GOLDENE SCHNITT

Schon Platon wendet sich bei der Erörterung der Frage nach dem Wesen der Schönheit auch der Mathematik zu. So versucht er etwa in *Timaios* zu zeigen, dass die Welt das sichtbare und fühlbare Abbild des Schönsten und Vollkommenen ist, und stellt dabei die Bedeutung von Ordnung, Maß und Symmetrie, aber auch von mathematischen Proportionen für die Schönheit heraus: „Zwei Dinge allein aber ohne ein drittes zusammenzufügen ist unmöglich; denn in der Mitte muss irgend ein beide verknüpfendes Band sein. Der Bänder schönstes aber ist das, welches sich als das Verbundene so viel als möglich zu einem macht. Dies aber auf das Schönste zu bewirken ist die Proportion da.“<sup>1</sup>

Unter Proportion versteht Platon die stetige Proportion, die arithmetisch ( $9-5 = 6-2$ ) oder geometrisch ( $2:4 = 4:8$ ) sein kann, in jeden Fall immer in ganzen Zahlen ihren Ausdruck findet. In der Zahl offenbart sich für ihn der Kosmos als Ordnungszusammenhang.

Platon bezieht sich in *Timaios* auf einen wesentlichen Gedanken der Pythagoräer, wonach das Gesetz der Welt eine Zahlenordnung ist.<sup>2</sup> So ist für ihn das Wesen des Schönen (und Guten) im richtigen Maß enthalten und basiert – neben der Symmetrie – vor allem auf der ganzzahligen Proportion als der vollkommensten Art, zwei ungleiche Größen zu vereinen. Die Schöpfung beschreibt Platon als Weltseele, die Gott nach den Idealzahlen bildet.<sup>3</sup> Die harmonische Ordnung der Weltseele findet ein Abbild in der menschlichen Einzelseele. Weil der Mensch mit den Göttern verwandt ist, hat er einen Sinn für die Schönheit der Proportionen.

Die Schönheit der Natur (incl. Lebewesen) unterscheidet sich von der Schönheit geometrischer Figuren (Kreis, Linie, stereometrische Figuren etc.). Allein letztere sind für Platon „an sich“ schön. In ihrer Schönheit erkennt er Strukturelemente, deren höchste Stufe das Reich der Urgestalten und Ideen ist. Für die Bestimmung

<sup>1</sup> Platon, *Timaios*, 32a.

<sup>2</sup> Vgl. Burkert 1962, Haase 1967.

<sup>3</sup> Die Idealzahlen der sog. *Timaios*-Tonleiter entsprechen den musikalischen Konsonanzen (1:2 – Oktave, 2:3 – Quinte, 3:4 – Quarte), vgl. Jahoda 1980.

des Verhältnisses von Idealem und Realem ist die Mathematik seit Platon in der Philosophie immer wieder herangezogen worden. Die Antwort auf die Frage nach der idealen Schönheit – der Schönheit „an sich“ – wird aus platonischer Sicht gleichsam der Mathematik zugewiesen. Bestimmte Zahlenverhältnisse sind schön und ebenso die geometrischen Figuren, in denen sie in reinsten Form Gestalt annehmen. Gleichzeitig ist die sicht- und hörbare Welt für die Platoniker ein – wenn auch unvollkommenes – Abbild dieser idealen Welt und mit Hilfe der Mathematik lässt sich deren Schönheit erschließen. Ausgehend von dieser Überzeugung wurde und wird die Mathematik vielfach in Anspruch genommen, um Normen für Schönheit festzulegen (vgl. van der Schoot 2005).

Versteht man die Mathematik nicht als ideale Wissenschaft, sondern betrachtet sie unter dem Gesichtspunkt ihrer Anwendbarkeit auf die phänomenale Welt, stellt sich das Verhältnis von Schönheit und Mathematik anders dar. Mathematik dient hier als Hilfsmittel der Erkenntnis von Schönheit. Der subjektive Eindruck von Schönheit wird mit Hilfe von Zahlen objektiviert. Mathematik erhebt nicht den Anspruch, die Frage zu klären, was schön ist; allerdings ist es ohne Probleme möglich, die subjektive Erfahrung von Schönheit mit Hilfe von Zahlen zu erfassen.

Im Folgenden geht es um eine besondere mathematische Proportion, die gleichzeitig als die schönste und die natürlichste gilt – die Proportion des goldenen Schnitts. Anders als die von Platon bewunderten stetigen Proportionen ist sie nicht in ganzen Zahlen auszudrücken, sondern beruht auf einem irrationalen Zahlenverhältnis. Sie ist daher – im eigentlichen Sinne – unabzählbar.

### **Mathematische Schönheit: die „irrationale“ Proportion des goldenen Schnittes**

Von den verschiedenen Möglichkeiten, eine Strecke zu teilen, gilt diejenige als besonders vollkommen, bei der das Verhältnis von Teilen und Ganzheit in einer besonderen Proportion zueinander steht, nämlich eine Teilung, bei welcher der kleinere Teil sich zum größeren so verhält, wie der größere Teil zum Ganzen:

$$a : b = b : (a + b)$$

Seit der Renaissance-Zeit bezeichnet man ein solches Teilungsverhältnis als „goldene“ und „göttliche“ Proportion“. <sup>4</sup> Schon die Griechen konnten ein goldenes

---

<sup>4</sup> Der Theologe und Mathematiker Luca Pacioli veröffentlichte 1509 in Venedig eine Schrift mit dem Titel *Divina Proportione*; Pacioli bezieht sich in seiner Auseinandersetzung mit dem goldenen Schnitt vor allem auf Euklids *Elemente*, in denen zum ersten Mal das spezielle Teilungsverhältnis beschrieben wird (allerdings ohne Verwendung der Bezeichnung „goldener

Teilungsverhältnis mit Zirkel und Lineal konstruieren – es findet sich z.B. im Fünfeck (Pentagon) in mehrfacher Ausführung:

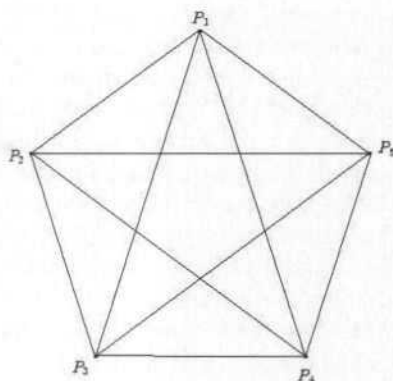


Abb. 1 Pentagon und Pentagramm

Eine der Grundeigenschaften des Fünfecks besteht darin, dass seine Diagonalen eine selbständige Figur bilden, das Pentagramm. Außerdem schneiden sich die Diagonalen auf solche Weise, dass die einzelnen Abschnitte jeweils im Verhältnis des goldenen Schnittes zueinander stehen.

Die mathematische Besonderheit des goldenen Schnittes besteht darin, dass das Teilungsverhältnis nicht in rationalen Zahlen auszudrücken ist. Das Verhältnis der beiden Strecken ergibt eine irrationale Zahl, nämlich  $\sqrt{(5-1)/2} = 0,618033989\dots$  bzw. – als komplementäres Gegenstück – die goldene Zahl  $\Phi = \sqrt{(5+1)/2} = 1,6180339\dots$  Die Stellen hinter dem Komma enden nicht, sondern gehen ins Unendliche, sie sind lediglich als unendlicher Kettenbruch darzustellen:

$$\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\Phi}} = \dots = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

---

Schnitt“), und Vitruv. Illustrationen zum goldenen Schnitt in diesem Buch stammen von Leonardo da Vinci (van der Schoot 2005, 80-95).

Theoretiker des goldenen Schnittes, wie etwa Adolf Zeising, sehen gerade in der Unendlichkeit der Zahlenreihe ein mathematisches Merkmal für die Vollkommenheit des goldenen Schnittes, denn Schönheit als Vollkommenheit setzt die Verbindung der Eigenschaften der Einheit und der Unendlichkeit voraus: „Sofern wir die Schönheit als Vollkommenheit setzen, fordern wir von ihr, dass sie, wie das Vollkommene, weder in sich, noch außer sich ein Anderes gelten lasse. Sie muss also, wie die Vollkommenheit, einerseits die Eigenschaften der Einheit, andererseits der Unbegrenztheit und Unendlichkeit besitzen, und beide Eigenschaften müssen sich gegenseitig durchdringen d.h. die Einheit selbst muss sich als Unendlichkeit [...] und die Unendlichkeit als Einheit [...] darstellen, so dass sich die Schönheit auch als Harmonie des Einen und des Unendlich-Vielen, des sich selbst Gleichen und des von sich selbst Verschiedenen bestimmen lässt.“ (Zeising 1854, 134)

Streckenverhältnisse, die sich nicht in rationalen Zahlen ausdrücken lassen, gibt es viele. So folgt aus dem Satz des Pythagoras, dass die Diagonale eines Quadrats mit Seitelänge 1 Wurzel aus 2 ist ( $1^2 + 1^2 = \sqrt{2^2}$ ). Die irrationalen Zahlen ( $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  etc.) sprengen den Bereich der natürlichen Zahlen (1,2,3...) und stehen damit im Widerspruch zur pythagoräischen Vorstellung, dass alles auf der Welt in ganzen Zahlenverhältnissen ausdrückbar ist.<sup>5</sup> Einer wissenschaftlichen Erklärung wurde das Problem des irrationalen Zahlenbereichs erst in den 70er Jahren des 19. Jahrhundert zugänglich gemacht. Karl Weierstrass, Richard Dedekind und Georg Cantors konstruierten die reellen Zahlen (auf jeweils unterschiedliche Weise) aus den rationalen Zahlen.<sup>6</sup> Demnach ist die irrationale Zahl ( $\sqrt{2}$ ) identisch mit einer Reihe von Zahlen (Fundamentalfolge nach G. Cantor), die sich nach einer bestimmten Bildungsform verkleinern und einem bestimmten Grenzwert zustreben. Die Inkommensurabilität zwischen irrationaler Streckenlänge und rationaler Zahl wird durch eine solche mathematische Erklärung präziser gefasst.

Auch die Besonderheit der irrationalen Zahl des goldenen Schnittes ist Gegenstand mathematischer Forschung. Das Besondere an dieser Zahl ist, dass der unendliche Kettenbruch, aus dem sie sich ergibt, Bezüge zur sog. Fibnacci-Folge (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,...) besitzt.<sup>7</sup> Die jeweils nächste Zahl in dieser Folge erhält

<sup>5</sup> Der lateinische Begriff „irrationales“ ist nicht mit „unvernünftig“, sondern mit „verhältnislos“ (d.h. nicht in ganzzahligen Verhältnissen ausdrückbar) zu übersetzen. Heute spricht man vom reellen Zahlenbereich, der sowohl die rationalen als auch die irrationalen Zahlen umfasst.

<sup>6</sup> Vgl. Becker 1995, 245ff.

<sup>7</sup> Die Fibonacci-Folge wurde von Leonardo von Pisa (1175-1240), genannt Fibonacci (filius Bonacci), entdeckt. In seinem *Liber Abaci*, in dem er die Mathematik der Araber in Italien vorstellte, behandelt er unter anderem folgende Frage: Wie viele Kaninchen lassen sich in einem Jahr züchten, wenn man von einem Paar ausgeht und vorgegeben ist, dass jedes Paar jeden Monat ein neues Paar zeugt, beginnend im zweiten Monat nach der Geburt? Die Lösung dieses „Kaninchen-

man als Summe der beiden vorangehenden ( $1+1 = 2$ ,  $2+1 = 3$ ,  $3+2 = 5$ ,  $5+3 = 8$ ,  $8+5 = 13$ ,  $13+8 = 21$ ,  $21 + 13 = 34$ ,  $34+21 = 55\dots$ ). Dividiert man die in der Fibonacci-Folge aufeinander folgenden Zahlen (also  $[5 : 8]$ ,  $[8 : 13]$ ,  $[13 : 21]\dots$ ), so nähert sich das Ergebnis immer mehr der Zahl des goldenen Schnitts ( $\sqrt{5-1}/2 = 0,618033989\dots$ ) an. Die irrationale Zahl der goldenen Proportion lässt sich durch immer weitere Divisionen der Zahlen der Fibonacci-Folge approximieren.

Zahlentheoretisch lässt sich zeigen, dass die goldene Zahl zu den rationalen Zahlen einen weiteren Abstand hält als jede andere irrationale Zahl, das heißt der Kettenbruch nähert sich weit weniger gut an  $\sqrt{5-1}/2$  als bei anderen irrationalen Zahlen. Begreift man die rationalen und die irrationalen Zahlen als Klassen, so verhalten sie sich, so Cramer und Kämpfer, wie Antipoden, wobei die goldene Zahl der beste Repräsentant der irrationalen Zahlen überhaupt ist: „Bei den rationalen Zahlen brechen die Kettenbruchentwicklungen allen ab, d.h. sie gehen auf, bei den irrationalen Zahlen gehen sie gegen unendlich. Die prominentesten Repräsentanten beider Klassen, nämlich  $1 : 1$  und  $1 : g$  (goldene Zahl) stehen für extremale Konsonanz und Dissonanz, für die Kommensurabilität und Inkommensurabilität, für Ordnung und Chaos“ (Cramer, Kaempfer 1992, 267).

Man kann den goldenen Schnitt nicht nur konstruieren, sondern auch überall in der Natur finden (im Körperbau von Menschen und Tieren, in der Form von Muscheln, im Muster von Schmetterlingen etc.),<sup>8</sup> jedenfalls näherungsweise. Denn da der goldene Schnitt eine irrationale Proportion ist, ist er mit dem bloßen Auge eigentlich nicht zu erkennen. Es gibt nämlich auch rationale Proportionen, die der Größe  $(\sqrt{5-1})/2$  sehr ähnlich sind, so etwa das Verhältnis  $5 : 8$ , das  $0,625$  beträgt. Die Proportionen des goldenen Schnittes sind ein Ideal, das nach Meinung mancher Forscher gerade auch in der Körpergestalt des Menschen zu finden ist.

### Natürliche Schönheit: der goldene Schnitt und der menschliche Körper

Schon in der Antike war man der Überzeugung, dass der menschliche Körper nach mathematisch bestimmbar Proportionen gebaut ist und sich in diesen Proportionen seine Schönheit ausdrückt. Vitruv beschreibt in *De architectura libri decem*

---

problems“ führt zu Fibonacci-Folge (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...) (vgl. van der Schoot 2005, 96f.). Kepler war der erste, der die mathematische Beziehung zwischen dem goldenen Schnitt und der Fibonacci-Folge erkannte (van der Schoot 2005, 154).

<sup>8</sup> Das Auffinden des goldenen Schnitts in der Gestalt von Muscheln und Pflanzen lässt sich mit dem Zusammenhang der Proportion mit der Fibonacci-Folge erklären. Dass natürliche Fortpflanzungs- und Wachstumsprozesse im „Rhythmus“ der Fibonacci-Zahlen verlaufen, zeigt schon das „Kaninchenproblem“, an dem diese Folge zum ersten Mal nachgewiesen wurde (vgl. Fußnote 7).

aufs Genaueste die Maße der einzelnen Körperglieder in ihrem Verhältnis zur Gesamtkörperlänge: So ist der Fuß  $1/6$ , das Gesicht  $1/10$  der Gesamtlänge, letzteres wird durch Nasenlöcher und Augenbrauen in drei gleiche Abschnitte geteilt (Vitruv 1981, 137). Wissenschaftlich popularisiert wurde die Meinung, dass der menschliche Körper nach den Proportionen des goldenen Schnittes gebaut ist,<sup>9</sup> erst im 19. Jahrhundert durch den deutschen Philosophen Adolf Zeising, ein Mitglied der Leopoldinisch-Carolinischen Akademie in Halle und Anhänger der Philosophie Hegels. Vor allen seine 1854 in Leipzig herausgegebene *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers, aus einem bisher unerkannt gebliebenen, die ganze Natur und Kunst durchdringenden morphologischen Grundgesetze entwickelt und mit einer vollständigen historischen Uebersicht der bisherigen Systeme begleitet* hatte eine umfangreiche Beschäftigung mit der Göttlichen Proportion zur Folge.<sup>10</sup> Das Buch stieß auch in Russland auf großes Interesse, wovon die 1876 in Moskau mit Anmerkungen erschienene russische Übersetzung zeugt.<sup>11</sup> Zu Beginn des 20. Jahrhunderts beschäftigt sich Pavel Florenskij intensiv mit dem Werk des deutschen Hegelianers (Florenskij, 1999, 610).

Adolf Zeising stellt in seinem Buch die Proportionen des menschlichen Körpers in den Mittelpunkt. Er beschreibt bis ins Detail die Verhältnisse der einzelnen Körperteile, die seiner Ansicht nach exakt dem goldenen Schnitt entsprechen.

Bei einem erwachsenen Menschen befindet sich der Nabel ziemlich genau im goldenen Schnitt. Oberkörper und Unterkörper stehen zueinander im gleichen Zahlen-Verhältnis wie der Unterkörper zum gesamten Körper. Auch darüber hinaus tritt in allen Teilen des Körpers die Proportionalität auf. Zeising unterteilt den Körper von Kopf bis Fuß in immer kleinere Abschnitte. So setzt sich die Kontinuität des Verhältnisses bis in die kleinsten Körperteile fort, wie sich schon am fleischlosen Skelett zeigen lässt:

<sup>9</sup> Der Wert von Symmetrie und Proportion als Schönheitskriterium ist in der Renaissance allgemein verbreitet, jedoch gibt es keine Untersuchung zum goldenen Schnitt in der belebten Natur. Pacioli beschäftigt sich mit dem goldenen Schnitt am Beispiel geometrischer Figuren, Polyedern und Darstellungen. Kepler war der erste, der den goldenen Schnitt mit Elementen der belebten Natur verband (van der Schoot 2005, 154).

<sup>10</sup> Zeising (1816-1876) schrieb auch mehrere Artikel zum goldenen Schnitt und stellt ihn in seinem Buch *Ästhetische Forschungen* (1855) dar (vgl. van der Schoot 2005, 154-171).

<sup>11</sup> Cejzing, A., *Zolotoe delenie kak osnovnoj morfoložičeskij zakon v prirode i iskusstve (otkrytye prof. Cejzinga)* (s primečanijami i ob''jasneniem izložil Ju.F.V.), M. 1876. Hinter der Abkürzung Ju.F.V. soll sich der Name Vipper, Ju.F. verbergen (Florenskij 1999, 610).

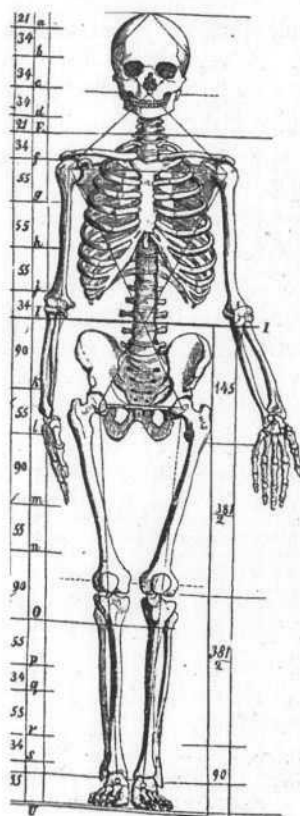


Abb. 2 Skelett in den Proportionen des goldenen Schnitts, Zeising 1854, 178.

Zeising's Zahlenangaben beruhen nicht auf empirischen Messungen einer realen Person; vielmehr geht er von einem Ideal aus, dem der menschliche Körper entspricht. Als Verhältniswert der Gesamtlänge des Körpers nimmt er die Zahl 1000, so dass sich für den Oberkörper (vom Nabel aufwärts) die Zahl 381, für den Unterkörper (vom Nabel abwärts) die Zahl 618 ergibt. Bei der Untersuchung der Einzelglieder sind Zeising's Zahlenangaben teilweise so detailliert (mit genauen Angaben hinter dem Komma), dass der Eindruck naturwissenschaftlich-mathematischer Ex-

aktheit entsteht. Für die Hauptgliederung des ganzen Arms stellt Zeising etwa folgende Proportion fest:

$$437,694... : 270,509... : 167,184...$$

$$\text{Ganzer Arm} : \text{Unterarm mit Hand} : \text{Oberarm}$$

Der Unterarm wiederum teilt sich in folgendem – ebenfalls „goldenen“ – Verhältnis:

$$270,509... : 167,184... : 103,325...$$

$$\text{Unterarm mit Hand} : \text{Unterarm ohne Hand} : \text{Hand}$$

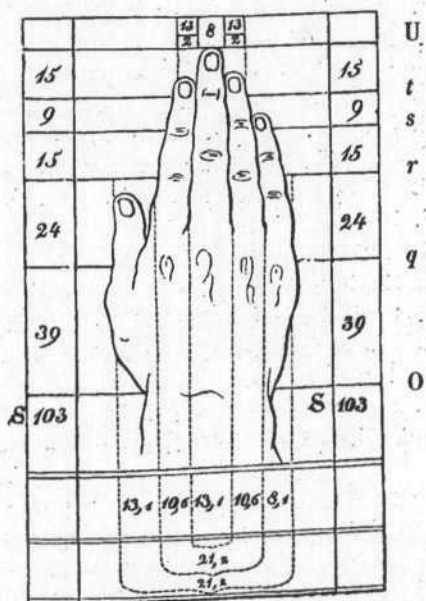


Abb. 3 Die Proportionen des goldenen Schnitts in der menschlichen Hand, Zeising 1854, 203.



Bei der Hand verhält sich die Hinterhand (von der Handwurzel bis zum Knöchel) zur Vorderhand (von Knöchel bis zur Spitze des Mittelfingers) wie diese zur ganzen Hand:

$$103,325... : 63,858... : 39,466... \\ \text{Ganze Hand : Vorderhand : Hinterhand}$$

Die Proportion des goldenen Schnittes lässt sich auch bei den Fingern (hinteres Fingerlied, vorderes Fingerlied) nachweisen. Das Mittelglied des Zeige- und Ringfingers verhält sich zum Rest der Hand wie dieser Rest zu den beiden Vordergliedern des Fingers (Zeising 1854, 204).

Entsprechende Untersuchungen führt Zeising zu Gesicht, Bein und Fuß etc. durch. Die Proportionen des goldenen Schnittes findet er überall sowohl in den Längen- als auch in den Breitenmaßen des Menschen.<sup>12</sup> Nicht der menschliche Körper, sondern die Proportion des goldenen Schnittes gilt Zeising als Schönheitsideal. Ihn interessiert z.B. nicht die (experimentell zu untersuchende) Frage, ob die goldene Proportion am Menschen wirklich als die schönste wahrgenommen wird<sup>13</sup> und ab welcher Abweichung von ihr ein menschlicher Körper (bzw. ein menschliches Körperteil) nicht mehr als „schön“ wahrgenommen wird. Stattdessen sieht er in der Verschiedenheit – und damit letztlich in jeder Abweichung – eine notwendige Voraussetzung für Einheit in Verschiedenheit (van der Schoot 2005, 296), eine natürliche Gesetzmäßigkeit, die gerade im goldenen Schnitt durch das besondere Verhältnis von Teilen und Ganzem garantiert ist.

<sup>12</sup> Zeising berücksichtigt bei seiner Untersuchung auch Unterschiede, die hinsichtlich des Geschlechts und Alters des Menschen bestehen (vgl. Van der Schoot 2005, 165). Der Mann realisiert die ideale Gestalt im Oberkörper, die Frau im Unterkörper. Beim Mann liegt die Betonung vor allem auf der Proportionalität, bei der Frau auf der Symmetrie im Körperbau.

<sup>13</sup> Mit dieser Frage beschäftigt sich der Psychologe Gustav Th. Fechner. In den 70er Jahren des 19. Jahrhunderts hatte er in mehrfach wiederholten Experimenten festgestellt, dass unter 10 verschiedenen proportionierten Rechtecken das dem goldenen Schnitt am meisten angenäherte mit dem Seitenverhältnis 21:34 von der Mehrzahl der Testpersonen als das schönste empfunden wurde. Die ästhetische Schönheit des goldenen Schnittes wurde so wissenschaftlich untermauert, vgl. Fechner, G. Th., *Vorschule der Ästhetik*, I-II, Leipzig 1876.

## Die Schönheit der Kirche – der goldene Schnitt in der Architektur

Zeising versuchte, den goldenen Schnitt auch in griechischen Tempeln und mittelalterlichen (insbes. gotischen) Kirchen nachzuweisen.<sup>14</sup> Er konnte sich dabei auf Vitruv berufen, nach dem „kein Tempel [...] ohne Symmetrie und Proportion eine vernünftige Formgebung haben [kann]“ (Vitruv 1981, 137).<sup>15</sup> Zeising war davon überzeugt, dass sich die Baumeister zu jeder Zeit gerade beim Entwurf von Kultbauten von der – als allgemeingültig angesehenen – Schönheitsvorstellung der goldenen Proportion leiten ließen. Allerdings bleibt er einen Nachweis schuldig, dass die Baumeister den goldenen Schnitt kannten und bewusst einsetzten.

Auch die Frage, ob der goldene Schnitt in der Architektur von orthodoxen Kirchenbauten zu finden sei, wird vielfach diskutiert.<sup>16</sup> Für Černjaev ist die versteckte Proportion das Geheimnis der Schönheit der Kirchenbauten:

Особенно важным становилось для мастеров отображение потаенной пропорции в композиции духовных сооружений и в первую очередь церквей, соборов, храмов. Церковь как культовое сооружение является Храмом Божьим, Храмом Христа, объектом святости для верующих и даже неверующих. Святость – мерило церкви. Мерило же всегда выражается числом. Числом, за которым может скрываться качество, в том числе и значимость возводимого объекта. (Černjaev 2007, 108)

Auch wenn die religiöse Bedeutung von (ganzen) Zahlen in der Zahlenmystik des Mittelalters (etwa der Zahl 7) belegt ist, so ist bei der Frage nach der Bedeutung des goldenen Schnittes doch Vorsicht geboten, mathematische Kenntnisse vom goldenen Schnitt besaßen die Architekten der Kiever Rus' jedenfalls noch nicht.

Černjaev und andere Forscher zur Architektur des Mittelalters gehen in ihrer Argumentation für den goldenen Schnitt im altrussischen Kirchenbau von den Messinstrumenten in der Kiever Rus' aus: Diese Instrumente sind (im Mittelalter wie auch schon in der Antike) aus Körperteilen hervorgegangen. In Russland sind das die „sažen“ (etymologisch verwandt mit „sjagat' – den Arm ausstrecken“). Man weiß sowohl aus literarischen Quellen als auch aufgrund archäologischer Funde, dass es mehrere „sažen“-Messinstrumente gab, die von verschiedenen Körperteilen hergeleitet waren – neben „lokot“ – Elle, „stopa“ – Fuß und „pjad“ – Fußbreite. Da es noch kein kommensurables Maß (vergleichbar dem heutigen Me-

<sup>14</sup> Zeising 1854, 390-410; den goldenen Schnitt findet er z.B. im Freiburger Münster.

<sup>15</sup> Die Proportionen des Bauwerks sollen nach Vitruv den Proportionen des Körpers folgen (Vitruv 1981, 137).

<sup>16</sup> Vgl. Grimm 1935; Pileckij 1980.

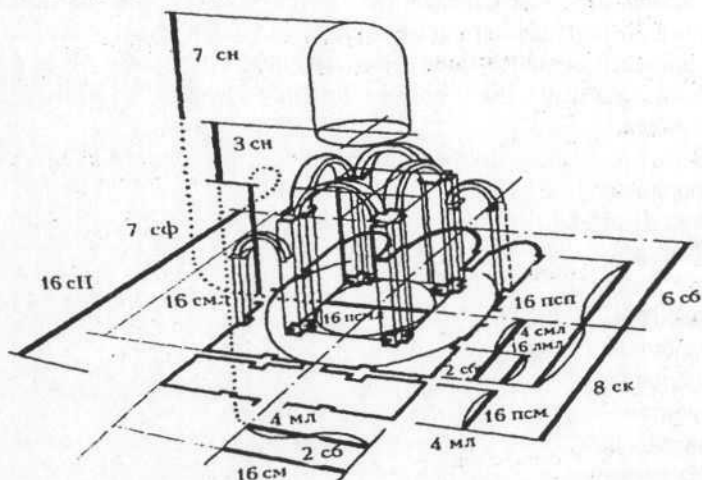
termaß gab), waren die verschiedenen „sažen“-Messinstrumente untereinander inkommensurabel. In der Relation der verschiedenen „sažen“ kann man die Proportionen des goldenen Schnittes finden. Der Architekt Pileckij etwa geht von 12 alten „sažen“ aus, von denen die 4 größten zu den 4 kleinsten im Verhältnis der goldenen Zahl stehen:<sup>17</sup>

Сажень городовая	284, 8 см.
Сажень без названия	258,4 см.
Сажень великая	244,0 см.
Сажень греческая	230,4 см.
Сажень казенная	217,6 см.
Сажень народная	176,0 см.
Сажень кладочная	159,7 см.
Сажень простая	150,8 см.
Сажень малая	142,4 см.
Сажень без названия	134,5 см.

Das Verhältnis der unterschiedlichen „sažen“ ergibt annäherungsweise die goldene Zahl  $\phi$ :  $284,8/176 \approx 258,4/159,7 \approx 244/150,8 \approx 230,4/142,4 \approx 217,6/134,5 \approx 1,618$ .

Die aus der Länge von Körperteilen hervorgegangenen Messinstrumente bilden gleichsam ein „natürliches“ Verbindungsglied zwischen den Körperproportionen und den Architekturproportionen. Am Beispiel des Gebäudes der großen Kirche des Höhlenklosters in Kiev kann man die Verwendung der verschiedenen „sažen“ nachvollziehen, die beim Bau verwendet wurden und die dem Gebäude die Proportionen vorgeben (vgl. Abb. 4):

<sup>17</sup> Vgl. die Darstellung bei Černjaev 2007, 25 ff. zu den zahlreichen Varianten der Mess-sažen', die zum Teil auch mit unterschiedlichen Bezeichnungen (als sažen' malaja, sažen' grečeskaja etc.) auftreten.



сн – сажень народная  
сф – сажень фараоня  
сП – сажень Пилецкого  
см – сажень малая  
сб – сажень большая  
ск – сажень казенная

сг – сажень греческая  
псп – полсажени простой  
псмл – полсажени меньшей  
лк – локоть кладочный  
лмл – локоть малый

Abb. 4 Die Maßeinheiten des Gebäudes des Großen Höhlenkirche im Kiever Höhlenkloster<sup>18</sup>

Eine proportionale Gliederung ist der Kirche in ihren Bestandteilen nicht abzusprechen und die verwendeten „сажен“-Messinstrumente schlagen einen Bogen zur „goldenen“ Proportionalität der Körperteile. Allerdings ist die irrationale Proportion des goldenen Schnitts auch bei größter Messgenauigkeit kaum von rationalen Proportionen zu unterscheiden (vgl. oben). Es gibt nur wenige architektonische Gebäude, die nachweislich nach Vorgaben des goldenen Schnitts konstruiert wurden. Dies ist etwa dann der Fall, wenn eine Klosteranlage den Grundriss eines Pentagons

<sup>18</sup> Černjaev 2007, 111, unter Verweis auf das Buch Ševelev, I. Š., Marutaev, M. A., Šmelev, I. P. *Zolotoe sečenie*, M. 1990.

besitzt<sup>19</sup> oder wenn ein Architekt – wie etwa Le Corbusier<sup>20</sup> – explizit mit Fibonacci-Zahlen und goldener Proportion gearbeitet hat. Bei allen anderen architektonischen Bauten kann man den goldenen Schnitt lediglich als Ideal betrachten, an das sich die Bauten mehr oder weniger annähern.

### Zeitliche Proportionen – der goldene Schnitt in der Liturgie

Unter den verschiedenen Aufzeichnungen von Pavel Florenskij zum goldenen Schnitt finden sich zwei Skizzen, in denen der Zeitablauf der orthodoxen Chrysostomos-Liturgie unter Gesichtspunkten des goldenen Schnittes untersucht wird. Grundlage für Florenskijs Darstellung sind Zeitmessungen, die ein Student der Moskauer Geistlichen Akademie (Vvedenskij) während zweier Eucharistiegottesdienste, die Florenskij am 17.4.1920 und 2.8.1920 in der Kirche *Mariinskoe ubežišće sester Miloserdija Krasnogo Kresta* im Sergiev Posad gehalten hat, durchführte. Der Ablauf der Gottesdienste wurde von Vvedenskij zum Teil auf die  $\frac{1}{3}$  Minute genau gemessen. Für den 2. Gottesdienst ergab sich folgender Zeitablauf:

н. 3-го часа	9 ч. 26 м.
н. 6-го часа	9 ч. 34 м.
н. литургии	9 ч. 41 м.
н. 1-го антифона	9 ч. 45 м.
н. 1-ой малой ектении	9 ч. 45 $\frac{1}{3}$ м.
н. 2-ой малой ектении	9 ч. 47 м.
Вход «Премудрость прости»	9 ч. 50 $\frac{1}{2}$ м.
Прокимен «вонмем, мир всем»	9 ч. 53 м.
Апостол	9 ч. 54 м.
«Премудрость, Аллилуя»	9 ч. 56 $\frac{1}{2}$ м.
«Премудрость прости, услышим Святого Евангелия»	9 ч. 57 м.
Евангелие	9 ч. 57 $\frac{1}{2}$ м.
Начало сугубой ектении	9 ч. 59 м.
Начало 1-ой ектении об оглашенных	10 ч. 2 м.
Н. 2-ой ектении об оглашенных	10 ч. 3 $\frac{1}{3}$ м.
Н. ектении о верных	10 ч. 4 м.

<sup>19</sup> So z.B. das Zisterzienserkloster Eberach (aus dem 12. Jh.), vgl. Naredi-Rainer 1999, 201.

<sup>20</sup> Le Corbusier legte den nach Fibonaccizahlen gegliederten menschlichen Körper seiner Architektur zugrunde (vgl. dazu Naredi-Rainer 1999, 180-191).

«Иже херувимы»	10 ч. 5 м.
Великий вход (самый вход)	10 ч. 10 м.
«Исполним молитву нашу»	10 ч. 12 м.
«Мир всем»	10 ч. 15 м.
«Двери, двери»	10 ч. 15 ½ м.
Благодать Господа нашего И. Х.	10 ч. 18 м.
«Победную песнь поюще, вопиюще...»	10 ч. 19 м.
Примите, ядите	10 ч. 19 ¾ м.
Тебе поем	10 ч. 20 м.
Изрядно о Пресвятой	10 ч. 22 м.
Вся святыя помянувшe	10 ч. 25 м.
И способности нас, Владыко	10 ч. 27 ½ м.
Святая святым	10 ч. 29 ½ м.
Со страхом Божиим	10 ч. 36 м.
Прости, приемше	10 ч. 41 м.
Отпуст	10 ч. 45 м.
Конец обедни	10 ч. 46 м.
Конец прикладывания ко кресту	10 ч. 47 ½ м.
Начало благодарственных молитв	10 ч. 46 м.
Конец благодарственных молитв	
И отпуст после них	10 ч. 51 м.

Ausgehend von den Zeitmessungen versucht Florenskij im Zeitablauf der Eucharistiefeyer die Proportionen des goldenen Schnittes zu finden. Während er beim Gottesdienst vom 17. 4. mit dem Ergebnis nicht zufrieden zu sein scheint – der goldene Schnittpunkt „wenn man die Uhr beachtet“, stimmt nicht mit den wichtigen Handlungseinheiten des Gottesdienstes überein<sup>21</sup> – folgt in der zweiten Skizze (zum Gottesdienst vom 2. 7.) der Ablauf der Liturgie dem goldenen Schnitt offensichtlich in gewünschter Weise (vgl. Abb. 5). In der Skizze sind die Steckenteilungspunkte nach dem goldenen Schnitt mit einem Kreis mit Punkt markiert. Der wichtigste Einschnitt ist die Wandlung, „presuščestvlenie“. Die Zeitstrecke vom Beginn der Liturgie (15 min.<sup>22</sup>) bis zu ihrem Ende (80 min) wird durch die von Florenskij bei ca. 55 min eingetragene Wandlung tatsächlich annäherungsweise im Verhältnis des

<sup>21</sup> Florenskij zeichnet in der Skizze zum Gottesdienst vom 17. 4. die reale Zeit neben die ideale, d.h. er zeigt, wie der Gottesdienst verlaufen müsste, damit die wichtigen Handlungen der Fibonacci-Folge bzw. dem goldenen Schnitt entsprechen (Florenskij 1999, 501).

<sup>22</sup> Die (in diesem Fall) 15-minütigen Stundengebete werden von Florenskij vollkommen zu Recht nicht zur Liturgie gerechnet.



Florenskij beschäftigte sich im Zusammenhang mit einem im November 1917 an der Moskauer Geistlichen Akademie gehaltenen Spezialkurs intensiv mit Fragen des goldenen Schnittes. Seine Untersuchungen zu dem Thema sollten in das 1922 von ihm geplante Buch *U vodorazdelov mysli* (das nie fertiggestellt wurde) eingehen.<sup>23</sup> Aus der Veröffentlichung von Entwürfen ist zu entnehmen, dass der letzte Teil des Buches sich mit der Frage der Form beschäftigen sollte und in diesem Kontext das Hauptaugenmerk auf den goldenen Schnitt gerichtet wurde. Florenskij kannte die Arbeiten von Pacioli, Zeising und Camper<sup>24</sup> zu dem Thema und knüpfte daran an. Vor allem interessierte er sich für die Existenz des „zoltoje sečenie“ in der Zeit, also für das Auffinden – des eigentlich räumlichen Phänomens der Göttlichen Proportion – in zeitlichen Abläufen:<sup>25</sup> „закон золотого сечения применим и к явлению целого во времени.“ (Florenskij 1999, 474).

Eine Verbindung zwischen Raum und Zeit ergibt sich mathematisch aus der Beziehung zwischen goldenem Schnitt und Fibonacci-Folge (vgl. oben). Florenskij zog aus dieser Verbindung philosophische Schlussfolgerungen – Handlungen, die entsprechend der Proportionen des goldenen Schnittes ablaufen, bilden eine Einheit (Ganzheit) und sind schön („ибо закон золотого сечения есть закон жизни, а жизнь прекрасна.“ Florenskij 1999, 485). Das Leben als Ganzes muss daher nach den Gesetzmäßigkeiten des „zoltoje sečenie“ „geordnet“ sein. Die wichtigen Einschnitte in der Biographie entsprechen den Proportionen des goldenen Schnittes. In seinen im Oktober 1917 festgehaltenen Ausführungen in *Zoltoje sečenie v primeneni k rasčleneniju vremeni* (*Celoe vo vremeni. Organizacija vremeni. Cikly razvitija*) und *Smysl zakona zolotogo sečenija* (*signatura nerum. Formula formy*) ist der goldene Schnitt ein Ideal, das als Schönheits-Gesetz a priori jeder Erfahrung vorausgeht: „золотое сечение тем самым есть закон априорный – предшествующий опыту, а не из опыта взятый“ (Florenskij 1999, 485). Die Frage nach der Verifizierung dieses Gesetzes in der physikalisch gemessenen Zeit stellt sich aus dieser Sicht überhaupt nicht. Florenskij, der sich des Problems einer exakten Bestimmung des irrationalen Verhältnisses bewusst ist, hält den goldenen Schnitt für ein „ontologisches Gesetz“, das Gültigkeit unabhängig von seinem Vorhanden-

<sup>23</sup> Vgl. dazu das Vorwort von Igumen Andronik in: Florenskij 1999.

<sup>24</sup> Petrus Camper (1722-1789) schrieb ein Buch über die Unterschiede der Gesichtszüge von Menschen unterschiedlichen Alters und verschiedener Rassen. Auf ihn bezieht sich auch Zeising in seinen Untersuchungen (van der Schoot, 2005, 167).

<sup>25</sup> Gerade unter diesem Aspekt beschäftigten sich viele Künstler zu Beginn des 20. Jahrhunderts in Russland mit dem goldenen Schnitt. So verweist Chlebnikov in *Vremja mera mira* (1916) bei seinen Zeitrechnungen auf den goldenen Schnitt und Ėjzenštejn interpretiert 1939 rückblickend seinen Film *Bronenosec Potemkin* als filmische Umsetzung der Proportionen des goldenen Schnittes (zu Ėjzenštejn vgl. zuletzt Lenz 2008, 108 ff.).



sein in der Natur besitzt: „Пусть произведения искусства и даже природы не вполне точно подчиняются ему: все равно мы должны опираться на этот закон онтологии“ (Florenskij 1999, 485). Dabei stützt er sich auf Überlegungen Zeising's, wonach auch die Abweichung von der Norm, letztlich im Bewusstsein des Menschen die Norm bestätigt.

Die Verifizierung der goldenen Proportion aufgrund empirischer Messungen ist von diesem Standpunkt aus eigentlich unnötig bzw. in jedem Fall zweitrangig. Aus welchem Grund versucht dann Florenskij 1920 die Richtigkeit seiner These vom goldenen Schnitt als zeitlicher Proportion durch Zeitmessungen nachzuweisen? Da die Skizzen zum goldenen Schnitt in der Liturgie in Florenskijs Handschriften nicht weiter kommentiert sind, ist es unklar, welche Bedeutung er ihnen beigemessen hat. Auch ist es möglich, dass Florenskij eine größere Anzahl von Gottesdiensten messen ließ, aber nur die beiden Skizzen erhalten blieben.

Florenskijs Vorgehen bei der Erforschung des goldenen Schnitts im Zeitablauf der Liturgie ist aus verschiedenen Gründen bemerkenswert. Zum einem dürfte dem Priester klar gewesen sein, dass jeder Gottesdienst zeitlich anders abläuft, weil mal mehr, mal weniger Fürbitten gelesen werden und die Gebete immer unterschiedlich lang ausfallen. Offensichtlich handelt es sich bei dem von Florenskij selbst gehaltenen Gottesdienst in Bezug auf die zeitliche Länge um ein Ideal, womöglich hat Florenskij die Liturgie in der Eucharistiefeier vom 2.7.1920 bewusst nach den Proportionen des goldenen Schnittes (also als exemplarisch-schönen Gottesdienst) konstruiert.

Die eigentliche Problematik aus der Sicht der Orthodoxen Kirche dürfte aber in dem Vorgehen liegen, die Zeit des Abendmahl-Gottesdienstes überhaupt zu messen: Für die Kirche ist nämlich die Zeit der Liturgie sakrale Zeit<sup>26</sup> und entzieht sich als solche der Messung. Demnach ist es natürlich widersinnig, Zeitmessungen während der Eucharistiefeier vorzunehmen. Florenskij bezweckt jedoch mit seinen Zeitaufzeichnungen letztlich dem Nachweis einer idealen Zeitproportion, die für ihn womöglich der sakralen Zeit entspricht.

Florenskijs Vorgehen lässt sich aber auch im politischen Kontext der Oktoberrevolution sehen. 1920 war er zum Leiter der Kommission zum Schutz der Kunstdenkmäler in Sergiev Posad bestellt worden. In dieser Funktion sollte er Vorschläge erarbeiten, wie die Lavra (die nicht mehr als religiöses Zentrum weiter bestehen durfte) sinnvoll genutzt werden konnte. Florenskij schlug vor, Sergiev Posad als

---

<sup>26</sup> Der Gottesdienst ist Vorgeschmack auf das Eschaton und Gedächtnis des Vergangenen im Lichte des Zukünftigen in einem. Der Einzug der heiligen Gaben entspricht der Enthüllung der Herrlichkeit des neuen Äons (vgl. Felmy 2000, 99f.).

eine „Art Versuchseinrichtung und Laboratorium zum Studium der bedeutendsten Probleme der modernen Ästhetik“<sup>27</sup> zu erhalten (Florenskij 1989, 112). In den Arbeiten dieser Zeit unterstreicht er auf unterschiedliche Weise den kulturellen und wissenschaftlichen Wert der Lavra. In diesem Kontext stehen sowohl seine Arbeiten zur umgekehrten Perspektive der Ikone als auch seine Studien zur Ästhetik des goldenen Schnittes.

Da Florenskij den geplanten Text über den goldenen Schnitt nicht fertiggestellt hat, muss die Frage, was er mit den Zeitmessungen eigentlich bezweckte, letztlich offen bleiben. Womöglich ging es ihm (auch) darum – entsprechend seiner Theorie vom „Kultakt als Synthese der Künste“ – ein Bindeglied zu finden zwischen der Raumkunst des Kirchengebäudes (Architektur, Ikonen) und der Ästhetik der Zeitkunst der Liturgie. Der goldene Schnitt im zeitlichen Ablauf der Liturgie entspricht dem goldenen Schnitt im orthodoxen Kirchengebäude, und dieses wiederum dem Menschen (egal ob Priester oder einfacher Gläubiger), der ebenfalls nach den Proportionen des „zolotoe sečenie“ gebaut ist. Es ist also möglich, eine Einheit des Gesamtkunstwerks „Orthodoxe Kirche“ über den goldenen Schnitt zu begründen.

### L i t e r a t u r

- Becker, O. 1995. *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*, Frankfurt/Main.
- Burkert, W. 1962. *Weisheit und Wissenschaft. Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon*, Nürnberg.
- Černjaev, A. F. 2007. *Zolotyje saženi drevnej Rusi*, Moskva.
- Cramer, F., Kaempfer, W. 1992. *Die Natur der Schönheit. Zur Dynamik der schönen Form*, Frankfurt/Main, Leipzig.
- Felmy, K. Ch. 2000. *Vom urchristlichen Herrenmahl zur Göttlichen Liturgie der Orthodoxen Kirche*, Erlangen.
- Florenskij, P. 1989. „Die kirchliche Liturgie als Synthese der Künste“, *Die umgekehrte Perspektive. Texte zur Kunst*, München.
- Florenskij, Pavel, 1999. *Sočinenija v četyrech tomach*, tom 3 (1), hrsg. igumen Andronik, Moskva.
- Grimm, G. D. 1935. *Proporcional'nost' v architekture*, Leningrad, Moskva.

<sup>27</sup> In dem Vortrag zur „kirchlichen Liturgie als Synthese der Künste“ entwickelt Florenskij die Idee, das Kloster als eine Art „lebendiges Museum“ (mit Mönchen, Messe) zu erhalten. Es sollten also nicht nur die einzelnen Gegenstände des Klosters (etwa Ikonen) als Forschungsobjekte archiviert werden, im Kloster sollte vielmehr eine Mönchsgemeinschaft als wissenschaftliches Experiment eingerichtet werden.

- Haase, R. 1967. „Neue Forschungen über Pythagoras“, *Antaios* 8, 401-420.
- Jahoda, G. 1980. „Die Tonleiter des Timaios – Bild und Abbild“, *Festschrift Rudolf Haase*, Eisenstadt, 43-80.
- Lenz, F. 2008. *Sergej Eisenstein: Montagezeit. Rhythmus, Formdramaturgie, Pathos*, München.
- Naredi-Rainer, von, P. 1999. *Architektur und Harmonie. Zahl, Maß und Proportion in der abendländischen Baukunst*, Köln.
- Pileckij, A.A. 1980. *Sistema razmerov i ich otnošenij v drevnerusskoj architekture. Sbornik. Estestvennonaučye znanija v Drevnej Rusi*, Moskva.
- Platon, 1994. *Sämtliche Werke*, Band 4. *Timaios, Kritias, Minos, Nomoi*, Reinbek bei Hamburg.
- Van der Schoot, A. 2005. *Die Geschichte des Goldenen Schnitts. Aufstieg und Fall der göttlichen Proportion*, Stuttgart / Bad Cannstatt.
- Vitruv, 1981. *Zehn Bücher über Architektur*, hrsg. von C. Fensterbusch, Darmstadt.
- Zeising, A. 1854. *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers*, Leipzig.